STRUCTURES DE DONNÉES ET ALGORITHMES · CHAPITRE 9

Décrire une hiérarchie de nœuds

Définissez racine, parent, enfant, feuille, profondeur et hauteur. Tracez un parcours préfixe sur un arbre binaire représenté explicitement.

Par Ali ZAINOUL · Cours gratuit

Ce que vous allez apprendre

- Définir racine, enfants, feuilles, profondeur et hauteur.
- Un arbre binaire possède au plus un enfant gauche et un enfant droit par nœud.
- La profondeur compte les arêtes depuis la racine ; la hauteur est la plus grande profondeur.

Prérequis. Avoir étudié les chapitres DSA précédents ; connaître liens, piles et appels récursifs.

Partir d’un besoin

Une arborescence de dossiers possède des relations parent-enfant. Une simple suite de noms ne montre pas directement ces liens. Un arbre représente une hiérarchie sans cycle.

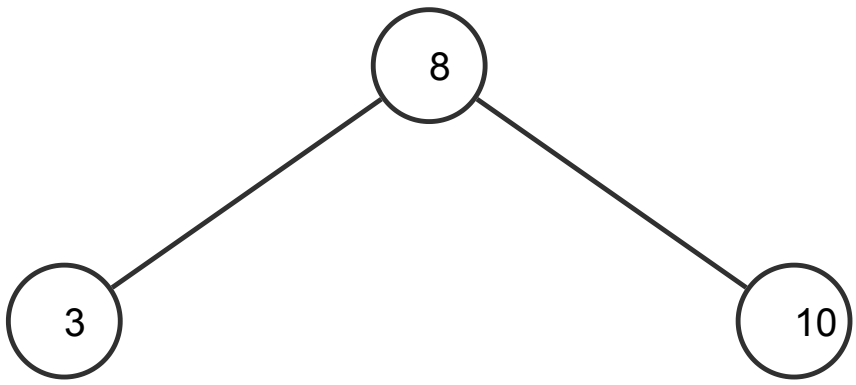
Définir la structure et les conventions

Un **arbre enraciné** possède une racine sans parent ; chaque autre nœud possède exactement un parent et est accessible depuis la racine. Un nœud sans enfant est une **feuille**. La **profondeur** compte les arêtes depuis la racine, de profondeur 0. La **hauteur** de l’arbre est ici la plus grande profondeur ; un arbre réduit à sa racine a hauteur 0.

Un **arbre binaire** donne au plus deux enfants par nœud, distingués en gauche et droite. Cela n'impose aucun ordre sur les valeurs. Un parcours **préfixe** visite le nœud, puis son sous-arbre gauche, puis son sous-arbre droit. Un sous-arbre est un nœud accompagné de tous ses descendants.

L'exemple possède une racine de valeur 8, un enfant gauche 3 et un enfant droit 10. values stocke les valeurs ; left et right stockent les indices des enfants. L'absence d'enfant vaut -1 en Python et 0 en MATLAB. Chaque appel teste cette sentinelle avant de lire un tableau. Le contrat exclut cycles et liens invalides.

Suivre les états



Arbre binaire : 8 est la racine, 3 son enfant gauche et 10 son enfant droit. Les deux enfants sont des feuilles.

Parcours préfixe

Appel	Action
Racine 8	Visiter 8
Enfant gauche 3	Visiter 3 puis ses enfants absents
Enfant droit 10	Visiter 10 puis ses enfants absents

Comparer les réalisations

La sortie est [8, 3, 10]. En Python, + concatène les listes renvoyées. Le script MATLAB est enregistré dans preorder_tree.m ; sa fonction locale se place après les instructions du script. Elle reçoit explicitement les tableaux nécessaires.

Pseudo-code

```
// example.pseudo
// preorder_tree
PROCEDURE VISIT(node)
    IF node == -1 THEN
        RETURN
    END IF
    PRINT values[node]
    VISIT(left[node])
    VISIT(right[node])
END PROCEDURE
```

Python

```python
# preorder_tree.py
values = [8, 3, 10]
left = [1, -1, -1]
right = [2, -1, -1]
def preorder(node):
    if node == -1:
        return []
    return [values[node]] + preorder(left[node]) + preorder(right[node])
order = preorder(0)
print(order)
```

MATLAB

```
% preorder_tree.m
values = [8, 3, 10];
left = [2, 0, 0];
right = [3, 0, 0];
order = preorder(1, values, left, right);
disp(order);
function order = preorder(node, values, left, right)
    if node == 0
        order = [];
        return;
    end
    order = [values(node), preorder(left(node), values, left, right),
preorder(right(node), values, left, right)];
end
```

Justifier et compter

Un parcours qui effectue une action constante à chaque nœud visite n nœuds en Θ(n), avec O(h) appels simultanés pour une hauteur h. Les exemples construisent la sortie par concaténations récursives : ils ne garantissent pas ce temps linéaire de bout en bout. Sur un arbre en chaîne, les copies peuvent totaliser Θ(n²). La sortie elle-même occupe Θ(n). Une accumulation dans un stockage préalloué évite ces copies répétées.

Prévoir puis expérimenter

Inversez les enfants de la racine : l'ordre préfixe devient [8, 10, 3]. Identifiez les feuilles et la hauteur. Un arbre binaire n'est donc pas nécessairement ordonné par valeur.

Exercice corrigé

▼ **Quelle différence entre profondeur et hauteur ?**

La profondeur dépend du nœud choisi et se mesure depuis la racine. La hauteur de l'arbre est la plus grande de ces profondeurs selon notre convention en nombre d'arêtes.

À retenir

- Un arbre binaire possède au plus un enfant gauche et un enfant droit par nœud.
- La profondeur compte les arêtes depuis la racine ; la hauteur est la plus grande profondeur.
- Visiter chaque nœud une fois ne garantit pas un temps linéaire si chaque retour recopie une longue sortie.

Version web : https://www.clearcode.fr/courses/programming/dsa/hierarchies/trees